0001870099218999

秋田県立大学

2014年 理系 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 二つの関数 $f(x)$ と $g(x)$ を次のように定める．

$$f(x) = 4x^2 - 8s(x+k) + s^4 - s^2$$
$$g(x) = 8sx + s^4 - 4$$

ここで，k と s は実数の定数であり，$0 < s \leqq 1$ とする．また，$y = f(x)$ のグラフは点 $(0,\ s^4)$ を通ることとする．以下の設問に答えよ．(1) は解答のみでよく，(2)〜(4) は解答とともに導出過程も記述せよ．

(1) k を s で表せ．

(2) $f(x)$ の最小値を m とする．m を s を用いて表せ．

(3) $y = f(x)$ のグラフと $y = g(x)$ のグラフが少なくとも一つの共有点をもつような s の値の範囲を求めよ．

(4) s の値が (3) で得られた範囲にあるとき，m の最大値と最小値を求めよ．また，そのときの s の値を求めよ．

(1) $f(0) = s^4$ より．$-8sk + s^4 - s^2 = s^4$ $\quad\therefore s(s+8k) = 0$ $\quad s > 0$ より．$\underline{k = -\frac{s}{8}}$ //

(2) $f(x) = 4(x^2 - 2sx) + s^4$

$= 4(x-s)^2 + s^4 - 4s^2$ $\quad\therefore \underline{m = s^4 - 4s^2}$ //

(3) $4x^2 - 8sx + s^4 - (8sx + s^4 - 4) = 0$

$4(x^2 - 4sx + 1) = 0$

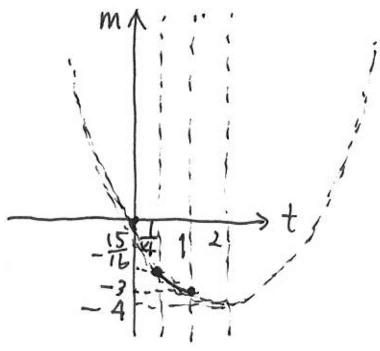
判別式を D とおくと，$D/4 = 4s^2 - 1 \geqq 0$ $\quad s^2 \geqq \frac{1}{4}$

$0 < s \leqq 1$ より．$\underline{\frac{1}{2} \leqq s \leqq 1}$ //

(4) (3) より．$\frac{1}{4} \leqq s^2 \leqq 1$

$\therefore m = (s^2 - 2)^2 - 4$

$t = s^2$ とおくと，$\frac{1}{4} \leqq t \leqq 1$，$m = (t-2)^2 - 4$



$\therefore \begin{cases} 最大値は\ -\frac{15}{16}\ (s = \frac{1}{2}) \\ 最小値は\ -3\ (s = 1) \end{cases}$ //