



2014年教育（理系）第4問

4 座標平面において、 $C: y = e^{-x}$ ($x > 0$) 上の点 (a, e^{-a}) の接線を L とおき、 L と x 軸との交点を A 、 L と y 軸との交点を B 、原点を O とする。三角形 OAB の面積を S_1 とし、 y 軸、 L 、 C で囲まれる図形の面積を S_2 とおく。

- (1) S_1 、 S_2 をそれぞれ求めよ。
- (2) $a > 0$ のとき、 $(a-1)e^a + 1 > 0$ であることを示せ。
- (3) $\frac{S_2}{S_1}$ を a の関数とみたとき、区間 $(0, \infty)$ で単調に増加することを示せ。