2011 年 理工 B 方式 第 5 問

5 曲線 $y = e^{-x}$ 上の点 $(1,\ e^{-1})$ における接線と x 軸の交点を $(a_1,\ 0)$ とする．次に，$y = e^{-x}$ 上の点 $(a_1,\ e^{-a_1})$ における接線と x 軸の交点を $(a_2,\ 0)$ とする．以下，同様に a_n $(n = 3,\ 4,\ 5,\ \cdots)$ を定める．次の問に答えよ．

(1) a_1 を求めよ．

(2) a_n を求めよ．

(3) 曲線上の点 $(a_n,\ e^{-a_n})$ における接線と，直線 $x = a_n$ および x 軸で囲まれた三角形の面積を S_n とする．$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ を求めよ．