0002293096077999

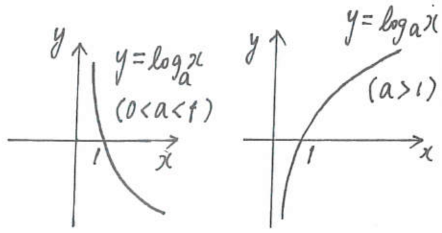
茨城大学

2016年 工学部 第2問

2 以下の各問に答えよ．

(1) 不等式 $\log_x y > 0$ の表す領域を座標平面上に図示せよ．

(2) 不等式 $\log_y x < \log_x y$ の表す領域を座標平面上に図示せよ．



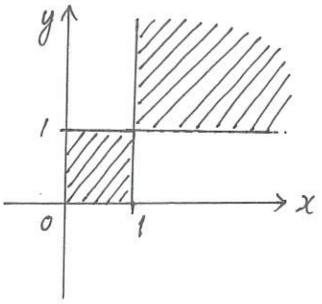
(1) 真数と底に関する条件より，$x>0$，$y>0$，$x \neq 1$

(i) $0<x<1$ のとき，$0<y<1$

(ii) $x>1$ のとき，$y>1$

(i)，(ii) より，領域は右の斜線部分

ただし，境界線は含まない



(2) 真数と底に関する条件より，$x>0$，$y>0$，$x \neq 1$，$y \neq 1$

底の変換公式より

$$\log_y x < \log_x y \iff \frac{\log x}{\log y} < \frac{\log y}{\log x} \quad \cdots (*)$$

(i) $0<x<1$，$0<y<1$ のとき，

$$(*) \iff (\log x)^2 < (\log y)^2$$
$$\iff \log x > \log y$$
$$\iff x > y$$

(ii) $0<x<1$，$y>1$ のとき，

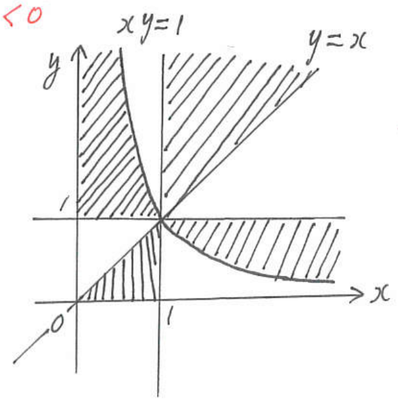
$$(*) \iff (\log x)^2 > (\log y)^2$$
$$\iff (\log x + \log y)(\underbrace{\log x - \log y}_{<0}) > 0$$
$$\iff \log xy < 0$$
$$\iff 0 < xy < 1$$

(iii) $x>1$，$0<y<1$ のとき，(ii) と同様にして，$xy>1$

(iv) $x>1$，$y>1$ のとき，(i) と同様にして，$x<y$

(i)～(iv) より右の図の斜線部分となる

ただし，境界線は含まない



数理 石井K