

2010年教育学部（中等数学）第5問

5 関数  $f(x) = \int_{\alpha}^x (t - \alpha) \cos(x - t) dt$  を考える。ただし、 $\alpha$  は定数とする。次の問いに答えよ。

(1)  $x$  を定数とみて、 $u = x - t$  とおく。置換積分法を用いて、

$$\int_{\alpha}^x (t - \alpha) \cos(x - t) dt = \int_0^{x-\alpha} (x - \alpha - u) \cos u du$$

となることを示せ。

(2) 導関数  $f'(x)$  を求めよ。

(3) 関数  $f(x)$  を求めよ。

(4) 曲線  $y = f(x)$  ( $\alpha \leq x \leq \alpha + 2\pi$ ) と  $x$  軸で囲まれた部分を、 $x$  軸のまわりに1回転してできる立体の体積を求めよ。