旭川大学

2015年 保健福祉（1期） 第3問

数理 石井K

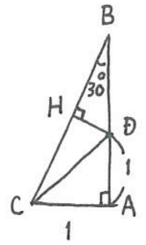
$\boxed{3}$ 辺BCを斜辺とする直角三角形ABCを考える．いま，$\angle B = 30°$，$AC = 1$であるとする．辺AB上に$AD = 1$となる点Dをとる．点Dを通るBCに垂直な直線とBCの交点をHとする．

(1) $\angle BCD$の大きさを求めよ．

(2) BDの長さを求めよ．

(3) DHの長さを求めよ．

(4) $\sin 15°$，$\cos 15°$の値を求めよ．



(1) $\triangle ADC$は$\angle A = 90°$の直角二等辺三角形で$\angle ADC = 45°$より

$\angle BDC = 180° - \angle ADC = 180° - 45° = 135°$

$\therefore \angle BCD = 180° - 30° - 135° = \underline{15°}$

(2) $\angle BCA = 60°$なので，$AB = \sqrt{3}$　$\therefore BD = AB - AD = \underline{\sqrt{3} - 1}$

(3) $DH = \dfrac{1}{2}BD = \underline{\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}}$　（$\triangle BHD$を考えた）

(4) 正弦定理より，

$$\frac{CD}{\sin 30°} = \frac{BD}{\sin 15°}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sin 15°}$$

$$\therefore \sin 15° = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \underline{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}$$

（別解）

$\triangle CDH$において，$CD = \sqrt{2}$，$DH = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$より

$$\sin \angle DCH = \frac{DH}{CD} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

$$\therefore \sin 15° = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

$BH = DH \cdot \sqrt{3} = \dfrac{3-\sqrt{3}}{2}$より，$CH = BC - BH = 2 - \dfrac{3-\sqrt{3}}{2} = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$

$$\therefore \cos 15° = \frac{CH}{CD} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1+\sqrt{3}}{2} = \underline{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}}$$