0002152637487999

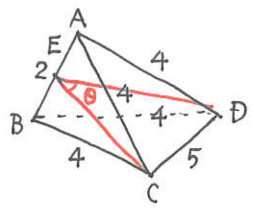
旭川大学

2015年 保健福祉（２期） 第３問

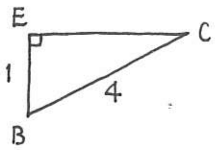
$\boxed{3}$ 四面体 ABCD において，$AB = 2$，$AC = BC = AD = BD = 4$，$CD = 5$ であるとする．E を辺 AB の中点とし，$\angle CED = \theta$ とおく．

(1) $\cos\theta$ の値を求めよ．

(2) 四面体 ABCD の体積を求めよ．



(1)



$\triangle ABC$ は $CA = CB$ の二等辺三角形で E は辺 AB の中点より．

$\angle BEC = 90^\circ$

$\therefore$ 三平方の定理より．$EC^2 + 1^2 = 4^2$ $\quad\therefore EC = \sqrt{15}$

同様にして．$ED = \sqrt{15}$

$$\therefore \cos\theta = \frac{15+15-5^2}{2\cdot\sqrt{15}\cdot\sqrt{15}} = \frac{5}{30} = \underline{\frac{1}{6}}$$

(2) 四面体 ABCD の体積を V とすると．

$V = 2\times$（四面体 EBCD の体積）

$$= 2\times \underbrace{\triangle ECD}_{\text{底面積}} \times \underbrace{EB}_{\text{高さ}} \times \frac{1}{3}$$

$$= 2\times \frac{1}{2}\cdot\sqrt{15}\cdot\sqrt{15}\cdot\sin\theta \times 1 \times \frac{1}{3}$$

$$= 5\sin\theta$$

ここで，(1) より $\cos\theta = \frac{1}{6}$ なので，$\sin\theta = \frac{\sqrt{35}}{6}$

$$\therefore \underline{V = \frac{5\sqrt{35}}{6}}$$