0001820819718999

旭川医科大学

2014年 医学部 第3問

$\boxed{3}$ aを正の定数とする．$\mathrm{AB}=a$，$\mathrm{AC}=2a$，$\angle\mathrm{BAC}=\dfrac{2}{3}\pi$である$\triangle\mathrm{ABC}$と，

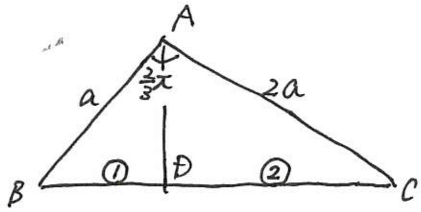
$$|2\overrightarrow{\mathrm{AP}}-2\overrightarrow{\mathrm{BP}}-\overrightarrow{\mathrm{CP}}|=a$$

を満たす動点Pがある．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 辺BCを1：2に内分する点をDとするとき，$|\overrightarrow{\mathrm{AD}}|$を求めよ．

(2) $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|$の最大値を求めよ．

(3) 線分APが通過してできる図形の面積Sを求めよ．



(1) $\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$\therefore |\overrightarrow{AD}|^2=\frac{4}{9}a^2+\frac{4}{9}a^2+\frac{4}{9}\cdot a\cdot 2a\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{4}{9}a^2$ $\quad\therefore |\overrightarrow{AD}|=\frac{2}{3}a$ //

(2) $2\overrightarrow{AP}-2\overrightarrow{BP}-\overrightarrow{CP}=-\overrightarrow{AP}+2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ なので

(与式)は，$|\overrightarrow{AP}-3\overrightarrow{AD}|=a$

$\therefore$ $\overrightarrow{AD'}=3\overrightarrow{AD}$ となる点D'をとると．

点PはD'を中心とする半径aの円周上にある．

$\therefore$ A，D'，P が この順に 一直線上にあるとき

$|\overrightarrow{AP}|$は最大値 $3a$ をとる //

(3)

$S=2\cdot\frac{1}{2}\cdot 2a\cdot a\cdot\sin 60^\circ+\pi a^2\times\frac{2}{3}$

$=\sqrt{3}a^2+\frac{2}{3}\pi a^2$

$=\left(\sqrt{3}+\frac{2}{3}\pi\right)a^2$ //