旭川医科大学

2011年 医学部 第2問

$\boxed{2}$ 平面上に正三角形でない鋭角三角形ABCが与えられている．辺BC，CA，ABの長さをそれぞれ a，b，c とし，$s=\dfrac{a+b+c}{2}$ とおく．さらに，辺BC，CA，ABをそれぞれ $s-c:s-b$，$s-a:s-c$，$s-b:s-a$ に内分する点をX，Y，Zとする．また，Oを原点とする．次の問いに答えよ．

(1) 点Nを $\overrightarrow{\mathrm{ON}}=\dfrac{(s-a)\overrightarrow{\mathrm{OA}}+(s-b)\overrightarrow{\mathrm{OB}}+(s-c)\overrightarrow{\mathrm{OC}}}{s}$ と定義するとき，3直線AX，BY，CZはNで交わることを示せ．

(2) Pを△ABCの内部の点，△PBC，△PCA，△PABの面積をそれぞれ S_A，S_B，S_C とするとき，

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{S_A\overrightarrow{\mathrm{OA}}+S_B\overrightarrow{\mathrm{OB}}+S_C\overrightarrow{\mathrm{OC}}}{S_A+S_B+S_C}$$

と表される．このことを用いて，△ABCの外心をQとするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$，$a$，$b$，$c$ を用いて表せ．

(3) △ABCの重心をGとする．点NがQとGを通る直線上にあるとき，△ABCは2等辺三角形であることを示せ．