旭川医科大学

2010年 医学部 第3問

3 関数 $f(x) = \sin x \left(-\dfrac{\pi}{2} \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ の逆関数を $g(x)\,(-1 \leqq t \leqq 1)$ とおくとき，次の問いに答えよ．

(1) $-1 < x < 1$ のとき，$g'(x)$ を x を用いて表せ．

(2) 曲線 $y = \sin^2 x\,(0 \leqq x \leqq \pi)$ と直線 $y = t\,(0 < t < 1)$ の 2 つの交点の x 座標を，それぞれ α，$\beta\,(\alpha < \beta)$ とおくとき，$\displaystyle\int_\alpha^\beta \sin^2 x\,dx$ を t と関数 g を用いて表せ．

(3) $h(t) = \dfrac{2}{\pi}\displaystyle\int_\alpha^\beta \sin^2 x\,dx - \sqrt{1-t^2}\,(0 < t < 1)$ とおくとき，$h(t) < 0\,(0 < t < 1)$ を示し $h(t)$ を最小にする t の値を求めよ．