

2017年医学部第2問

2  $a, b, c$  を実数とする. 3次方程式  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  の3つの解を  $\alpha, \beta, \gamma$  とする. これらの解は次の4つの条件を満たす.

(i)  $\gamma = -\frac{1}{2}$

(ii)  $|\alpha| = |\beta| = 1$

(iii)  $\alpha$  の虚部は正である

(iv) 複素数平面上的点  $A(\alpha), B(\beta), C(\gamma)$  は同一直線  $L$  上にある

このとき, 次の問いに答えよ.

(1)  $a, b, c$  および  $\alpha, \beta$  の値を求めよ.

(2) 点  $P(z)$  が直線  $L$  上を動くとき,  $w_1 = \frac{1+4z}{2z}$  で表される点  $Q(w_1)$  の軌跡を複素数平面上に図示せよ.

(3) 動点  $R(w_2)$  は,  $\arg\left(\frac{\beta-w_2}{\alpha-w_2}\right) = \pm\frac{\pi}{2}$  を満たす.

このとき,  $R(w_2)$  の軌跡を複素数平面上に図示するとともに, (2) で求めた  $Q(w_1)$  との距離  $|w_1 - w_2|$  のとりうる値の範囲を求めよ.