

2018年理系第1問

1 座標空間の4点

$$A\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, 0\right), B(0, 0, 1), C\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, -1\right), D\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, -1\right)$$

に対し,

$$\vec{p} = (1-t)\vec{OA} + t\vec{OB}, \quad \vec{q} = (1-s)\vec{OC} + s\vec{OD}$$

とおく。ただし、 $O$ は原点、 $s$ と $t$ は実数とする。

- (1)  $|\vec{p}|$ ,  $|\vec{q}|$ と内積  $\vec{p} \cdot \vec{q}$  を  $s$ ,  $t$  で表せ。
- (2)  $t = \frac{1}{2}$  のとき、ベクトル  $\vec{p}$  と  $\vec{q}$  のなす角が  $\frac{3}{4}\pi$  となるような  $s$  の値を求めよ。
- (3)  $s$  と  $t$  が実数を動くとき、 $|\vec{p} - \vec{q}|$  の最小値を求めよ。