

2014年第16問

 数理
石井K

16 正の実数 a, b, c ($a \neq b, a \neq c, b \neq c$) について考える. $\frac{1}{a}, \frac{2}{b}, \frac{1}{c}$ がこの順で等比数列であり, $a, b, 3c$ がこの順で等差数列となるとき, $\frac{a}{c}$ の値を求めよ.

$$\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{c} = \left(\frac{2}{b}\right)^2 \quad \therefore b^2 = 4ac \quad \dots \textcircled{1}$$

$$a + 3c = 2b \quad \dots \textcircled{2}$$

①②より b を消去して.

$$\left(\frac{a+3c}{2}\right)^2 = 4ac$$

$$\therefore a^2 - 10ac + 9c^2 = 0$$

~~$a \neq c$ より~~ 両辺 c^2 で割り、?

~~$$\left(\frac{a}{c}\right)^2 - 10 \cdot \frac{a}{c} + 9 = 0$$~~

~~$$\therefore \frac{a}{c} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 4}}{2}$$~~
~~$$= 5 \pm$$~~

$$(a - 9c)(a - c) = 0$$

$$a \neq c \text{ より } a = 9c$$

$$\therefore \frac{a}{c} = \frac{9c}{c} = 9$$