

2013年 国際環境工 第3問

3 図のような中心 O 、半径 r の球形の一部を切り取った容器に、容器上端まで水を満たす。この容器を、点 O を中心としてゆっくりと角度 θ 傾けたときに、容器の中に残っている水の体積を V とする。以下の問いに答えよ。答えを導く過程も記すこと。

- (1) この容器の容積を求めよ。
- (2) 角度 θ_e 傾けたときにすべての水がこぼれ、容器がちょうど空になったとする。 θ_e の値を求めよ。
- (3) $0 \leq \theta \leq \theta_e$ のとき、 V を θ の関数 $f(\theta)$ として表せ。
- (4) $0 \leq \theta \leq \theta_e$ のとき、 $f(\theta)$ の第1次導関数および第2次導関数を求めよ。
- (5) $0 \leq \theta \leq \theta_e$ のとき、関数 $V = f(\theta)$ の増減、極値、グラフの凹凸および変曲点を調べて、それらがわかるようにグラフをかけ。