



2012年 第6問

6 次の問いに答えよ.

- (1)  $I_1 = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2+1}$  とする.  $x = \tan \theta$  とおくことにより,  $I_1 = \frac{\pi}{3}$  を示せ.
- (2) (1)の  $I_1$  を部分積分して,  $I_1$  と  $I_2 = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{(x^2+1)^2}$  の関係式を導き,  $I_2$  の値を求めよ.
- (3)  $t = x + \sqrt{x^2+1}$  とおくことにより, 不定積分  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$  を求めよ.
- (4) 合成関数の微分法を用いて, 関数  $y = \log(x + \sqrt{x^2+1})$  の導関数を求めよ.
- (5) 極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{\sqrt{n^2+1^2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2^2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n^2}} \right\}$  を求めよ.