



2015年 医学部 第1問

1 a, b は定数であり, $0 < a < b$ とする. 定積分

$$I = \int_0^1 a^{1-t} b^t dt$$

について, 次の問に答えよ.

- (1) I を求めよ.
(2) $0 \leq t \leq 1$ のとき,

$$a^{1-t} b^t + a^t b^{1-t} \geq 2\sqrt{ab}$$

であることを示せ. また, $I > \sqrt{ab}$ を示せ.

- (3) $0 < t < 1$ とする. $x > 1$ のとき, 次の不等式が成り立つことを証明せよ.

$$x^t < 1 + t(x - 1)$$

- (4) (3) の不等式を利用して, $I < \frac{a+b}{2}$ を示せ.