0000304365969999

弘前大学

2012年 文系 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ 点$(a,\ b)$は円周$x^2+y^2=1$上を動くとする．

(1) $t=a+b$とおくとき，$a+ab+b$をtの式で表せ．

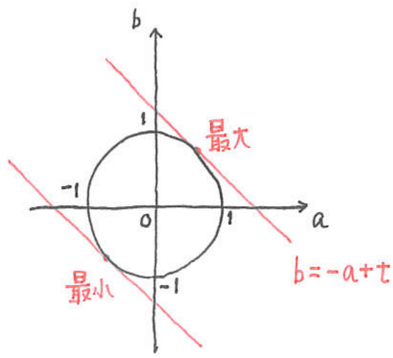
(2) $a+ab+b$の最大値と最小値を求めよ．また，そのときの$t=a+b$の値をそれぞれ求めよ．

(1) (a,b)は円周上の点より，$a^2+b^2=1$ …① が成り立つ

$t=a+b$ のとき，$t^2=a^2+b^2+2ab$

∴①より，$ab=\frac{1}{2}(t^2-1)$

∴ $\underline{a+ab+b=\frac{1}{2}t^2+t-\frac{1}{2}}$ //



(2) $t=a+b$ より，$b=-a+t$

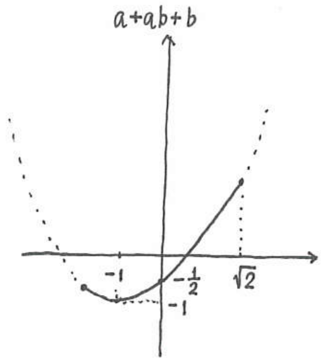
∴円 $a^2+b^2=1$ と直線 $b=-a+t$ が

共有点をもつ場合のうち tが最大，最小になるときを考えると，

右図のようになり，$-\sqrt{2}\leqq t\leqq\sqrt{2}$

∴(1)より，$a+ab+b=\frac{1}{2}t^2+t-\frac{1}{2}$ $(-\sqrt{2}\leqq t\leqq\sqrt{2})$

$=\frac{1}{2}(t+1)^2-1$ $(-\sqrt{2}\leqq t\leqq\sqrt{2})$



∴右グラフより，

最大となるのは，$t=\sqrt{2}$ のときで 最大値 $\sqrt{2}+\frac{1}{2}$

最小となるのは，$t=-1$ のときで，最小値 -1 //