防衛医科大学校

2015年 医学部 第2問

$\boxed{2}$ スイッチを押すと，0からnまでの整数が1つ表示される機械がある．表示される数字をXとすると，$X=k$となる確率$P(X=k)=C\alpha^k$ $(k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$である．ただし，$C$は定数，$0<\alpha<1$である．

(1) $P(X=k)$をαとkで表せ $(k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$．

(2) $P(X<k)>1-\alpha^k$であることを示せ $(k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n+1)$．

(3) 確率pで1点もらえ，確率$1-p$で得点がもらえない試行を考える $(0<p<1)$．この試行を独立にm回行ったとき，l点 $(0\leqq l\leqq m)$ もらえる確率を$Q_{m,l}(p)$と表す．このとき，m，lを一定とし，pを変数とみなして以下の問に答えよ．

(i) $y=\log Q_{m,l}(p)$はどのような変化をするか．pを横軸，yを縦軸とするyのグラフの概形を描け．ただし，logは自然対数である．

(ii) $Q_{m,l}(p)$を最大にするpを求めよ．

(4) $\alpha=\dfrac{1}{2}$とする．このとき，$Q_{2m,m}(P(X<k))$を最大にするk $(k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n)$を求めよ．