

2015年 第3問

3 次関数  $f(x)$ ,  $g(x)$  に対して、以下の問いに答えよ。ただし、 $\log x$  は  $e$  を底とする自然対数を表す。

$$f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}, \quad g(x) = \log(x + \sqrt{x^2+1})$$

- (1) 極限值  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  をそれぞれ求めよ。
- (2) 導関数  $f'(x)$  を求め、関数  $f(x)$  の増減を調べよ。さらに、 $f(x)$  の最大値を求めよ。
- (3) 次の方程式がただ 1 つの実数解を持つような定数  $m$  の条件を求めよ。

$$m\sqrt{x^2+1} = x+1$$

- (4) 導関数  $g'(x)$  を求めよ。さらに、 $xy$  平面上において、曲線  $y = f(x)$ ,  $x$  軸および  $y$  軸で囲まれた図形を  $D$  とする。図形  $D$  の面積  $S$  を求めよ。
- (5) 図形  $D$  を  $x$  軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積  $V$  を求めよ。