



2013年 教育学部 第3問

3 次の各問いに答えよ。

(1) 次の (i), (ii) に答えよ。

(i)  $m, n$  が自然数ならば,  $\frac{m}{n} \neq \sqrt{2}$  である. このことを証明せよ.

(ii)  $p, q$  が自然数ならば,  $\sqrt{2}$  は  $\frac{p}{q}$  と  $\frac{2q}{p}$  の間にある. すなわち,  $\frac{p}{q} < \sqrt{2} < \frac{2q}{p}$  または  $\frac{2q}{p} < \sqrt{2} < \frac{p}{q}$  が成り立つ. このことを証明せよ.

(2) 定数  $a$  は実数で,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  とする. このとき, すべての正の実数  $x, y$  に対して  $x^{\log_a y} = y^{\log_a x}$  が成り立つ. このことを証明せよ.