



2014 年 理学部 第 3 問

3  $A, E$  はそれぞれ行列  $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  を表す. 以下の各問に答えよ.

(1)  $A(A + 2E) = a_1(A + 2E), A(A - 3E) = b_1(A - 3E)$  となる数  $a_1, b_1$  を求めよ.

(2) 各自然数  $n$  に対して

$$A^n(A + 2E) = a_n(A + 2E), \quad A^n(A - 3E) = b_n(A - 3E)$$

となる数  $a_n, b_n$  を求めよ.

(3) 各自然数  $n$  に対して,  $A^n = c_n A + d_n E$  となる数  $c_n, d_n$  を求めよ.

(4) 極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{d_1 + d_2 + \cdots + d_n}{a_n}$  を求めよ.

(5) 各自然数  $n$  に対して  $c_n$  は整数であることを示せ.