


センター試験

2011年 数学 IIB 第4問

4 四角錐 OABCD において，三角形 OBC と三角形 OAD は合同で， $OB = 1$ ， $BC = 2$ ， $OC = \sqrt{3}$ であり，底面の四角形 ABCD は長方形である． $AB = 2r$ とおき， $\vec{OA} = \vec{a}$ ， $\vec{OB} = \vec{b}$ ， $\vec{OC} = \vec{c}$ とおく．

\vec{OD} を \vec{a} ， \vec{b} ， \vec{c} を用いて表すと $\vec{OD} = \boxed{\text{ア}}$ $\vec{a} - \boxed{\text{イ}}$ $\vec{b} + \vec{c}$ である．辺 OD を 1:2 に内分する点を L とすると

$$\vec{AL} = -\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \vec{a} - \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{エ}}} \vec{b} + \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{エ}}} \vec{c}$$

となる．

さらに辺 OB の中点を M，3 点 A，L，M の定める平面を α とし，平面 α と辺 OC との交点を N とする．点 N は平面 α 上にあることから， \vec{AN} は実数 s ， t を用いて $\vec{AN} = s\vec{AL} + t\vec{AM}$ と表されるので

$$\vec{ON} = \left(\boxed{\text{キ}} - \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} s - t \right) \vec{a} + \left(-\frac{s}{\boxed{\text{コ}}} + \frac{t}{\boxed{\text{サ}}} \right) \vec{b} + \frac{s}{\boxed{\text{シ}}} \vec{c}$$

となる．一方，点 N は辺 OC 上にもある．これらから， $\vec{ON} = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \vec{c}$ となる．

また， $\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{ソ}} - \boxed{\text{タ}} r^2$ ， $\vec{b} \cdot \vec{c} = \boxed{\text{チ}}$ ， $\vec{a} \cdot \vec{c} = \boxed{\text{ツテ}} r^2$ である．よって， $\vec{AM} \cdot \vec{MN}$ を計算すると， $AB = \sqrt{\boxed{\text{ト}}}$ のとき，直線 AM と直線 MN は垂直になることがわかる．



(1) $(ab + 1)(a + 1)(b + 1) + ab$ を因数分解せよ.

$$(\text{与式}) = (ab + 1)(ab + a + b + 1) + ab$$

$$= a^2b^2 + a^2b + ab^2 + ab + ab + a + b + 1 + ab$$

$$= (b^2 + b)a^2 + (b^2 + 3b + 1)a + b + 1$$

$$= \{(b + 1)a + 1\} \{ba + (b + 1)\}$$

$$= (ab + a + 1)(ab + b + 1) \quad \square$$

☞ 後の2つを展開

☞ 残りを展開

☞ a についての降べきの順

☞ たすきがけする

$$\begin{array}{r} (b+1) \quad 1 \\ \times \\ b \quad (b+1) \end{array}$$