

2011年数学IA第3問

3 点Oを中心とする円Oの円周上に4点A, B, C, Dがこの順にある. 四角形ABCDの辺の長さは, それぞれ

$$AB = \sqrt{7}, \quad BC = 2\sqrt{7}, \quad CD = \sqrt{3}, \quad DA = 2\sqrt{3}$$

であるとする.

(1) $\angle ABC = \theta$, $AC = x$ とおくと, $\triangle ABC$ に着目して $x^2 = \boxed{\text{アイ}} - 28 \cos \theta$ となる. また, $\triangle ACD$ に着目して $x^2 = 15 + \boxed{\text{ウエ}} \cos \theta$ となる. よって, $\cos \theta = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$, $x = \sqrt{\boxed{\text{キク}}}$ であり, 円Oの半径は $\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である.

また, 四角形ABCDの面積は $\boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ である.

(2) 点Aにおける円Oの接線と点Dにおける円Oの接線の交点をEとすると, $\angle OAE = \boxed{\text{シス}}^\circ$ である. また, 線分OEと辺ADの交点をFとすると, $\angle AFE = \boxed{\text{セソ}}^\circ$ であり, $OF \cdot OE = \boxed{\text{タ}}$ である. さらに, 辺ADの延長と線分OCの延長の交点をGとする. 点Eから直線OGに垂線を下ろし, 直線OGとの交点をHとする.

(3) 4点E, G, $\boxed{\text{チ}}$ は同一円周上にある. $\boxed{\text{チ}}$ に当てはまるものを次の①~④から一つ選べ.

- ① C, F ② H, D ③ H, F ④ H, A ⑤ O, A

したがって $OH \cdot OG = \boxed{\text{ツ}}$ である.