

2011年 数学 IA 第3問

3 点 O を中心とする円 O の円周上に 4 点 A, B, C, D がこの順にある。四角形 $ABCD$ の辺の長さは、それぞれ

$$AB = \sqrt{7}, \quad BC = 2\sqrt{7}, \quad CD = \sqrt{3}, \quad DA = 2\sqrt{3}$$

であるとする。

(1) $\angle ABC = \theta$, $AC = x$ とおくと, $\triangle ABC$ に着目して $x^2 = \boxed{\text{アイ}} - 28 \cos \theta$ となる。また, $\triangle ACD$ に着目して $x^2 = 15 + \boxed{\text{ウエ}} \cos \theta$ となる。よって, $\cos \theta = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$, $x = \sqrt{\boxed{\text{キク}}}$ であり, 円 O の半径は $\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

また, 四角形 $ABCD$ の面積は $\boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ である。

(2) 点 A における円 O の接線と点 D における円 O の接線の交点を E とすると, $\angle OAE = \boxed{\text{シス}}^\circ$ である。また, 線分 OE と辺 AD の交点を F とすると, $\angle AFE = \boxed{\text{セソ}}^\circ$ であり, $OF \cdot OE = \boxed{\text{タ}}$ である。さらに, 辺 AD の延長と線分 OC の延長の交点を G とする。点 E から直線 OG に垂線を下ろし, 直線 OG との交点を H とする。

(3) 4 点 $E, G, \boxed{\text{チ}}$ は同一円周上にある。 $\boxed{\text{チ}}$ に当てはまるものを次の ①~④ から一つ選べ。

- ① C, F ② H, D ③ H, F ④ H, A ⑤ O, A

したがって $OH \cdot OG = \boxed{\text{ツ}}$ である。