


**センター試験**

2011年 数学 IIB 第3問

3 数直線上で点 P に実数  $a$  が対応しているとき、 $a$  を点 P の座標といい、座標が  $a$  である点 P を  $P(a)$  で表す。

数直線上に点  $P_1(1)$ ,  $P_2(2)$  をとる。線分  $P_1P_2$  を  $3:1$  に内分する点を  $P_3$  とする。一般に、自然数  $n$  に対して、線分  $P_nP_{n+1}$  を  $3:1$  に内分する点を  $P_{n+2}$  とする。点  $P_n$  の座標を  $x_n$  とする。

$x_1 = 1$ ,  $x_2 = 2$  であり、 $x_3 = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$  である。数列  $\{x_n\}$  の一般項を求めるために、この数列の階差数列を考えよう。自然数  $n$  に対して  $y_n = x_{n+1} - x_n$  とする。

$$y_1 = \boxed{\text{ウ}}, \quad y_{n+1} = \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}} y_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

である。したがって、 $y_n = \left( \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}} \right)^{\boxed{\text{キ}}} (n = 1, 2, 3, \dots)$  であり

$$x_n = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} - \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{ケ}}} \left( \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}} \right)^{\boxed{\text{サ}}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

となる。ただし、 $\boxed{\text{キ}}$ ,  $\boxed{\text{サ}}$  については、当てはまるものを、次の ①～③ のうちから一つずつ選べ。同じものを繰り返し選んでもよい。

- ①  $n-1$     ②  $n$     ③  $n+1$     ④  $n+2$

次に、自然数  $n$  に対して  $S_n = \sum_{k=1}^n k|y_k|$  を求めよう。 $r = \left| \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}} \right|$  とおくと

$$S_n - rS_n = \sum_{k=1}^n \boxed{\text{シ}} r^{k-1} - nr \boxed{\text{ス}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

であり、したがって

$$S_n = \frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \left\{ 1 - \left( \frac{1}{\boxed{\text{チ}}} \right)^{\boxed{\text{ツ}}} \right\} - \frac{n}{\boxed{\text{テ}}} \left( \frac{1}{\boxed{\text{ト}}} \right)^{\boxed{\text{ナ}}}$$

となる。ただし、 $\boxed{\text{シ}}$ ,  $\boxed{\text{ス}}$ ,  $\boxed{\text{ツ}}$ ,  $\boxed{\text{ナ}}$  については、当てはまるものを、次の ①～③ のうちから一つずつ選べ。同じものを繰り返し選んでもよい。

- ①  $n-1$     ②  $n$     ③  $n+1$     ④  $n+2$