



2014年理学部(数)第2問

2 a, b, c, d, s, t を実数とし, $b \neq 0$ とする. $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ とし, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ s & -1 \end{pmatrix}$ は等式

$$AB + BA = (a + d)B$$

を満たすとする. x の2次方程式

$$x^2 - (a + d)x + ad - bc = 0$$

は異なる2つの実数解 α, β をもつとし, 列ベクトル $X = \begin{pmatrix} 1 \\ t \end{pmatrix}$ は等式 $AX = \alpha X$ を満たすとする. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) s を行列 A の成分を用いて表せ.

(2) t を a, b, α を用いて表せ.

(3) $\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = BX$ とし, $P = \begin{pmatrix} 1 & u \\ t & v \end{pmatrix}$ とするとき, 行列 P は逆行列をもち,

$$AP = P \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$$

を満たすことを示せ.