



2015年工学部(2日目)第3問

 数理  
石井K

3  $\triangle ABC$ において、 $AB = 2$ 、 $AC = 3$ 、 $\angle A$ は鋭角である。 $\triangle ABC$ の面積が $2\sqrt{2}$ のとき、次の各問に答えよ。

(1) 内積 $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ を求めよ。

(2)  $\triangle ABC$ の内部の点Pが $3\vec{PA} + 2\vec{PB} + \vec{PC} = \vec{0}$ を満たすとき、線分PAの長さを求めよ。

(1)  $\angle BAC = \theta$  ( $0^\circ < \theta < 90^\circ$ )とおくと

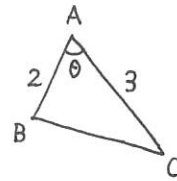
$\triangle ABC$ の面積は、

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sin \theta = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$0^\circ < \theta < 90^\circ \text{ より、} \cos \theta = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}| |\vec{AC}| \cos \theta = \underline{2}$$



(2)  $3\vec{PA} + 2\vec{PB} + \vec{PC} = \vec{0}$  より

$$-3\vec{AP} + 2(\vec{AB} - \vec{AP}) + \vec{AC} - \vec{AP} = \vec{0}$$

$$\therefore 6\vec{AP} = 2\vec{AB} + \vec{AC}$$

$$\therefore \vec{AP} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AC}$$

$$|\vec{AP}|^2 = \frac{1}{9}|\vec{AB}|^2 + \frac{1}{9}\vec{AB} \cdot \vec{AC} + \frac{1}{36}|\vec{AC}|^2$$

$$= \frac{1}{9} \cdot 4 + \frac{1}{9} \cdot 2 + \frac{1}{36} \cdot 9$$

$$= \frac{11}{12}$$

$$\therefore PA = \sqrt{\frac{11}{12}}$$

$$= \underline{\frac{\sqrt{33}}{6}}$$