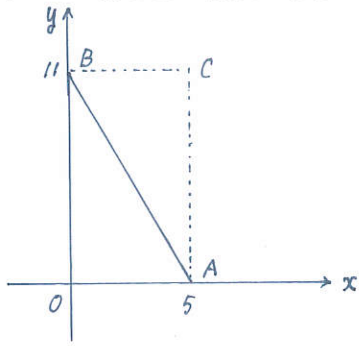
2016年 教育学部（算数・技術）第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ 座標平面上に5点O(0, 0), A(5, 0), B(0, 11), P(m, 0), Q(0, n)をとる．ただし，mとnは$1 \leqq m \leqq 5$, $1 \leqq n \leqq 11$を満たす整数とする．

(1) 三角形OABの内部に含まれる格子点の個数を求めよ．ただし，格子点とはx座標とy座標がともに整数である点のことであり，内部には辺上の点は含まれない．

(2) 三角形OPQの内部に含まれる格子点の個数が三角形OABの内部に含まれる格子点の個数の半分になるような組(m, n)をすべて求めよ．



(1) C(5, 11)とする．

線分AB（両端を含まない）上には格子点はないから

△OAB内部の格子点の個数は四角形OACB内部の格子点の個数の半分である．

よって，$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10 = \underline{20個}$ //

(2) (1)と同様に考える．R(m, n)とする．

線分AB（両端を含まない）上にある格子点の個数をαとおくと．

$0 \leqq \alpha \leqq m-1$で

$\frac{1}{2}\{(m-1)(n-1)-\alpha\} = 10$ (1)の半分

$\therefore (m-1)(n-1) = 20+\alpha \quad \cdots (*)$

$\therefore \ 20 \leqq (m-1)(n-1) \leqq 19+m$ ⇦ 必要条件

$\therefore (m-1)(n-1) \geqq 20$ かつ $(m-1)(n-2) \leqq 20$

これをみたす(m, n)は．$(m, n) = (3, 11), (4, 8), (5, 6), (5, 7)$

$(m, n) = (3, 11), (5, 6), (5, 7)$ のときは $\alpha = 0$

$(m, n) = (4, 8)$ のときは $\alpha = 3$

よって．(*)をみたす(m, n)は $\underline{(m, n) = (3, 11), (5, 6)}$ //