

2018年第3問

3 n を自然数, e を自然対数の底とし,

$$F_n = \lim_{s \rightarrow \infty} \int_0^s e^{-t} t^{n-1} dt, \quad G_n = \lim_{s \rightarrow \infty} \int_0^s e^{-nt} t^n dt$$

とする. このとき, 以下の問いに答えよ. ただし, $\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{s^n}{e^s} = 0$ が成り立つことは, 証明なしに用いてよい.

- (1) F_1 を求めよ.
- (2) F_{n+1} を n と F_n を用いて表せ.
- (3) F_{n+1} を n のみを用いて表せ.
- (4) G_n を n のみを用いて表せ.
- (5) $\lim_{n \rightarrow \infty} G_n$ を求めよ.