



2018年 理学部（数学・情報数理）第5問

5  $n$ を3以上の自然数として、 $n$ 枚のカード  $C_1, C_2, \dots, C_{n-1}, C_n$ がある。初めにこれらのカードを下から  $C_n, C_{n-1}, \dots, C_2, C_1$ の順番に積み上げておく。いちばん上にあるカードが  $C_1$ で、いちばん下が  $C_n$ である。積み上げられたカードに対して以下の試行を繰り返す。いちばん上にあるカードを取ってそれを残りのいずれかのカードの下に入れるか、またはいちばん上に戻す。どの位置におくかの確率はすべて等しいものとする。

$k = 1, 2, \dots$ について、 $k$ 回の試行の後にカード  $C_1$ が上から数えて  $l$ 番目にある確率を  $P(k, l)$  ( $l = 1, 2, \dots, n$ )で表し、また  $k$ 回の試行の後にカード  $C_2$ が上から数えて  $l$ 番目にある確率を  $Q(k, l)$ で表す。例えば  $P(1, l)$ は  $l$ によらず  $\frac{1}{n}$ に等しい。以下の問いに答えよ。

- (1)  $P(2, l)$ を求めよ。
- (2)  $P(k, l)$ を求めよ。
- (3)  $Q(k, l)$ を求めよ。