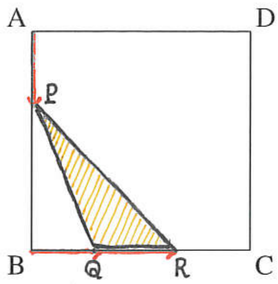
千葉大学

2014年 教育学部（算数・技術） 第1問

数理 石井K

1 下図のような1辺の長さ10cmの正方形ABCDがある．点Pおよび点Qは時刻0にAおよびBをそれぞれ出発し，正方形ABCDの周上を反時計回りに毎秒1cm進む．また，点Rは時刻0にBを出発し，正方形ABCDの周上を反時計回りに毎秒2cm進む．点RがAに達するまでに△PQRの面積が35cm^{2}となる時刻をすべて求めよ．



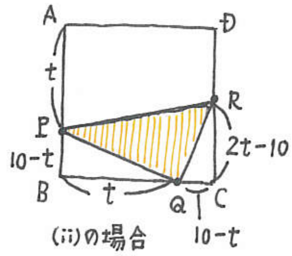
(i)の場合.

時刻をt秒として，次の場合を考える.

(i) 点Rが辺BC上を動くとき．すなわち $0 \leqq t \leqq 5$ のとき

$\triangle PQR = \frac{1}{2} QR \cdot PB = \frac{1}{2} t(10-t) = -\frac{1}{2}(t-5)^2 + \frac{25}{2} < 35$

∴ 条件をみたすtは存在しない



(ii)の場合

(ii) 点Rが辺CD上を動くとき．すなわち $5 \leqq t \leqq 10$ のとき

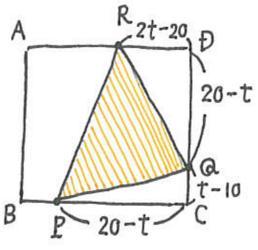
$\triangle PQR = (\text{台形 } PBCR) - \triangle PBQ - \triangle RQC$

$= \frac{1}{2}(10-t+2t-10) \cdot 10 - \frac{1}{2} t(10-t) - \frac{1}{2}(10-t)(2t-10)$

$= \frac{3}{2} t^2 - 15t + 50$

$\therefore \frac{3}{2} t^2 - 15t + 50 = 35 \iff t^2 - 10t + 10 = 0$

$\therefore t = 5 \pm \sqrt{15}$　　$5 \leqq t \leqq 10$ より．$t = 5 + \sqrt{15}$



(iii)の場合

(iii) 点Rが辺AD上を動くとき．すなわち $10 \leqq t \leqq 15$ のとき．

$\triangle PQR = (\text{台形 } RPCD) - \triangle QPC - \triangle RQD$

$= \frac{1}{2}(2t-20+20-t) \cdot 10 - \frac{1}{2}(20-t)(t-10) - \frac{1}{2}(2t-20)(20-t)$

$= \frac{3}{2} t^2 - 40t + 300 = 35$

$\therefore \frac{3}{2} t^2 - 40t + 300 = 35 \iff \frac{3}{2} t^2 - 40t + 265 = 0$

$\therefore t = \frac{40 \pm \sqrt{10}}{3}$

(i)〜(iii) より．$\underline{t = 5 + \sqrt{15},\ \frac{40 \pm \sqrt{10}}{3}}$ //