



2014年 教育学部 (算数・技術) 第3問

3 p は奇数である素数とし, $N = (p+1)(p+3)(p+5)$ とおく.

- (1) N は 48 の倍数であることを示せ.
 (2) N が 144 の倍数になるような p の値を, 小さい順に 5 つ求めよ.

(1) p は奇数なので, $p = 2k+1$ (k : 自然数) と表せる. このとき.

$$\begin{aligned} N &= (2k+2)(2k+4)(2k+6) \\ &= 8(k+1)(k+2)(k+3) \quad \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

ここで, $(k+1)(k+2)$ は連続する 2 つの整数の積なので偶数,

$(k+1)(k+2)(k+3)$ は連続する 3 つの整数の積なので 3 の倍数

よって, $(k+1)(k+2)(k+3)$ は 6 の倍数である.

① より, N は 48 の倍数である \square

(2) (1) より, N は 48 の倍数である.

$\therefore N$ が 144 の倍数になるのは, ① の $(k+1)(k+2)(k+3)$ が

9 の倍数であるとき.

ちょうど 1 つが 9 の倍数で他は 3 の倍数ではない,

すなわち, $k+1$ が 9 の倍数 または, $k+2$ が 9 の倍数 または $k+3$ が 9 の倍数 のとき.

• $k+3=9$ のとき $k=6 \quad \therefore p=13$ (素数)

• $k+2=9$ のとき $k=7 \quad \therefore p=15$ (不適)

• $k+1=9$ のとき $k=8 \quad \therefore p=17$ (素数)

• $k+3=18$ のとき $k=15 \quad \therefore p=31$ (素数)

• $k+2=18$ のとき $k=16 \quad \therefore p=33$ (不適)

• $k+1=18$ のとき $k=17 \quad \therefore p=35$ (不適)

• $k+3=27$ のとき $k=24 \quad \therefore p=49$ (不適)

• $k+2=27$ のとき $k=25 \quad \therefore p=51$ (不適)

• $k+1=27$ のとき $k=26 \quad \therefore p=53$ (素数)

• $k+3=36$ のとき $k=33 \quad \therefore p=67$ (素数)

よって,

$p=13, 17, 31, 53, 67$ "