

2014年教育学部（算数・技術）第4問

- 4 A, Bふたりは、それぞれ1から4までの番号のついた4枚のカードを持ち、それを用いて何回かの勝負から成るつぎのゲームをする。

- 初めにA, Bはそれぞれ4枚のカードを自分の袋に入れ、よくかきませる。
- A, Bはそれぞれ自分の袋から無作為に1枚ずつカードを取り出し、そのカードを比較して1回の勝負を行う。すなわち、大きい番号のついたカードを取り出したほうがこの回は勝ちとし、番号が等しいときはこの回は引き分けとする。
- 袋から取り出したカードは袋に戻さないものとする。
- A, Bどちらかが2回勝てば、カードの取り出しをやめて、2回勝ったほうをゲームの勝者とする。4枚すべてのカードを取り出してもいずれも2回勝たなければゲームは引き分けとする。

このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) Aが0勝0敗4引き分けしてゲームが引き分けになる確率を求めよ。
- (2) Aが1勝1敗2引き分けしてゲームが引き分けになる確率を求めよ。
- (3) Aがゲームの勝者になる確率を求めよ。

(1) A, Bふたりのカードの取り出し方は全部で $(4!)^2$ 通りあり。

4回の勝負ですべて引き分けとなるのは、 $4!$ 通りであるから。

$$\frac{4!}{(4!)^2} = \frac{1}{4!} = \frac{1}{24},$$

(2) 引き分けになるとそのカードのえらび“方が” $4C_2$ 通りあり。

そのとき、勝つときのカードと負けるときのカードは自動的に決まる。

また、4回の勝負のうち、引き分けの回のえらび“方が” $4P_2$ 通り。

$$\text{勝つ回のえらび“方が” } 2P_1 \text{通り。} \text{ るので, } \frac{4C_2 \cdot 4P_2 \cdot 2P_1}{(4!)^2} = \frac{1}{4},$$

(3) 引き分けになり得るのは(1)と(2)の場合のみであるから、

$$\text{勝敗が決まる確率は、余事象より. } 1 - \frac{1}{24} - \frac{1}{4} = \frac{17}{24}$$

$$\text{AとBは対等であるから, } \frac{17}{24} \times \frac{1}{2} = \frac{17}{48}$$