



2013年工・薬学部第6問



6 関数 $f(x) = \sin x(1 + \cos x)$ ($0 \leq x \leq \pi$) について、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ の最大値を求めよ。
 (2) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸とで囲まれた図形の面積を求めよ。

$$\begin{aligned} (1) \quad f'(x) &= \cos x(1 + \cos x) + \sin x \cdot (-\sin x) \\ &= \cos^2 x + \cos x - \sin^2 x \\ &= (2\cos x - 1)(\cos x + 1) \end{aligned}$$

$$\therefore f'(x) = 0 \text{ とするとき、} x = \frac{\pi}{3}, \pi$$

x	0	...	$\frac{\pi}{3}$...	π
$f'(x)$		+	0	-	0
$f(x)$	0	↗	$\frac{3\sqrt{3}}{4}$	↘	0

増減表より、最大値は $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ($x = \frac{\pi}{3}$ のとき) //

$$\begin{aligned} (2) \quad S &= \int_0^{\pi} \sin x(1 + \cos x) dx \\ &= \int_0^{\pi} \sin x + \sin x \cos x dx \quad \rightarrow = \frac{1}{2} \cdot \sin 2x \\ &= \left[-\cos x - \frac{1}{4} \cos 2x \right]_0^{\pi} \\ &= 1 - \frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{4} \\ &= 2 // \end{aligned}$$

