

2014年 歯学部 第2問

 数理
石井K

2 x についての n 次多項式 $f(x)$ が恒等式 $f(x^3) = x^4 f(x+1) - 15x^5 - 10x^4 + 5x^3$ をみたすとき、次の問いに答えよ。

- (1) $f(0)$, $f(-1)$, $f(-8)$ の値を求めよ。
 (2) n の値を求めよ。
 (3) $f(x)$ を求めよ。

$$(1) x=0 \text{ を代入して } \underline{f(0)=0} //$$

$$x=-1 \text{ を代入して } f(-1) = f(0) - 15 \cdot (-1)^5 - 10 \cdot (-1)^4 + 5 \cdot (-1)^3 \\ = 0 //$$

$$x=-2 \text{ を代入して } f(-8) = 16 f(-1) - 15 \cdot (-2)^5 - 10 \cdot (-2)^4 + 5 \cdot (-2)^3 \\ = 280 //$$

(2) (左辺) の最高次数は $3n$, (右辺) は $n+4$

$$\therefore 3n = n + 4$$

$$\therefore \underline{n=2} //$$

(1)より、 $f(x)$ は定数でないから、

$$n \geq 1 \text{ より } n+4 \geq 5 \text{ となる。}$$

(3) (1)(2)より $f(x) = ax(x+1)$ と表せる。

$$f(-8) = 280 \text{ より } a \cdot (-8) \cdot (-7) = 280$$

$$\therefore a = 5$$

$$\therefore \underline{f(x) = 5x^2 + 5x} //$$