

2014年数IAIIB型(I期)第4問


 数理
石井K

4 関数 $f(x) = x^3 + kx^2 + 3x$ について以下の問いに答えなさい。ただし k は実数の定数とする。

- (1) $k = -5$ のとき、関数 $f(x)$ の極値を求めなさい。
 (2) $k = -3$ のとき、関数 $f(x)$ のグラフをかきなさい。
 (3) 関数 $f(x)$ がすべての実数の範囲で単調に増加するとき、 k の値の範囲を求めなさい。

(1) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x$

$$f'(x) = 3x^2 - 10x + 3$$

$$= (3x - 1)(x - 3)$$

x	...	$\frac{1}{3}$...	3	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	\nearrow	$\frac{13}{27}$	\searrow	-9	\nearrow

∴ 右の増減表より、

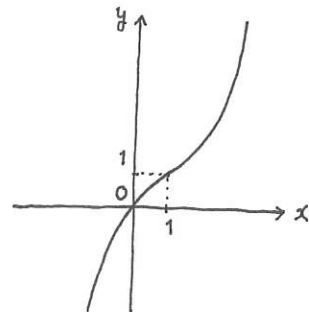
極大値 $\frac{13}{27}$ ($x = \frac{1}{3}$ のとき)、極小値 -9 ($x = 3$ のとき)

(2) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x + 3$$

$$= 3(x - 1)^2$$

x	...	1	...
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	\nearrow	1	\nearrow



∴ 右の増減表より、グラフは右のようになる。

(3) $f'(x) = 3x^2 + 2kx + 3$

∴ すべての実数 x に対して、 $3x^2 + 2kx + 3 \geq 0$ が成り立てばよいから判別式を D とおくと、

$$D/4 = k^2 - 3 \cdot 3 \leq 0$$

$$\therefore k^2 \leq 9$$

$$\underline{\underline{-3 \leq k \leq 3}}$$