



2013年第4問

4 正の整数  $n$  について、 $x > 0$  で定義された関数  $f_n(x)$  を次で定める。

$$f_1(x) = x \log x$$

$$f_{n+1}(x) = (n+1) \int_1^x f_n(t) dt + \frac{1}{n+1}(x^{n+1} - 1)$$

以下の問に答えよ。ただし、 $\log x$  は  $x$  の自然対数とする。

- (1) 関数  $f_2(x)$  を求めよ。
- (2) 関数  $f_n(x)$  の具体的な形を推測し、それを数学的帰納法で証明せよ。
- (3)  $g(x) = |f_2(x)| - |x - 1|$  とおくと、 $g(x)$  が  $x = 1$  で微分可能であることを証明せよ。また、微分係数  $g'(1)$  を求めよ。