

2017年 教育学部 第3問

1枚目 / 2

増田

3 袋の中に、4個の玉が入っている。それらの玉には、整数が1つずつ書かれている。それら4つの整数はすべて異なるものとし、4つの中で一番大きい整数を a とする。袋から玉を1個取り出す試行を、下記のA, B, Cいずれかの方針で繰り返すとき（玉は袋に戻さない）、最後の試行で取った玉に書かれた整数が a である確率を求めたい。ただし、玉を取り出す人は、4つの整数が何かは知らされていないものとする。

方針A：1回目の試行でやめず、2回目を最後の試行とする。

方針B：1回目の試行でやめず、2回目の整数が1回目より大きければ2回目を最後の試行とする。もし小さければ3回目を行い、1回目、2回目の整数より大きければ3回目を最後の試行とする。もし小さければ4回目を最後の試行とする。

方針C：1回目、2回目の試行でやめず、3回目の整数が1回目、2回目より大きければ3回目を最後の試行とし、小さければ4回目を最後の試行とする。

次の問いに答えよ。

- (1) 方針Aを採用したとき、最後の試行で取った玉に書かれた整数が a である確率を求めよ。
- (2) 方針Bを採用したとき、最後の試行で取った玉に書かれた整数が a である確率を求めよ。
- (3) 方針Cを採用したとき、最後の試行で取った玉に書かれた整数が a である確率を求めよ。

(1) 1回目に a 以外、2回目に a を取り出すから、確率は $\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$

(2) 2回で終了するとき 4つの整数を $a > b > c > d$ とおくと
 (1回目, 2回目) = $(b, a), (c, a), (d, a)$
 確率 $\frac{3}{4 \times 3}$

3回で終了のときは、 a 以外 2つの整数の選び方は ${}_3C_2 = 3$ 通り
 確率 $\frac{3}{4 \times 3 \times 2}$

4回で終了のときは、
 $b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow a$ の順で取り出すか、
 $b \rightarrow d \rightarrow c \rightarrow a$ の2通り
 確率 $\frac{2}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$

求める確率は

$$\frac{3}{4 \times 3} + \frac{3}{4 \times 3 \times 2} + \frac{2}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{11}{24}$$

(注) 1回目に b 、2回目に d 、3回目に c が出た場合、 c は b より小さいが d より大きい。

「1回目かつ2回目の整数より大きければ3回目を最後の試行とする」なら4回目を行う。

「1回目または2回目の整数より大きければ…(省略)…」なら3回目以降となる。

上の解答は、「1回目かつ2回目の整数」と問題文を解釈している。



2017年教育学部第3問

2枚目 / 2

増田

3 袋の中に、4個の玉が入っている。それらの玉には、整数が1つずつ書かれている。それら4つの整数はすべて異なるものとし、4つの中で一番大きい整数を a とする。袋から玉を1個取り出す試行を、下記のA, B, Cいずれかの方針で繰り返すとき（玉は袋に戻さない）、最後の試行で取った玉に書かれた整数が a である確率を求めたい。ただし、玉を取り出す人は、4つの整数が何かは知らされていないものとする。

方針A：1回目の試行でやめず、2回目を最後の試行とする。

方針B：1回目の試行でやめず、2回目の整数が1回目より大きければ2回目を最後の試行とする。もし小さければ3回目を行い、1回目、2回目の整数より大きければ3回目を最後の試行とする。もし小さければ4回目を最後の試行とする。

方針C：1回目、2回目の試行でやめず、3回目の整数が1回目、2回目より大きければ3回目を最後の試行とし、小さければ4回目を最後の試行とする。

次の問いに答えよ。

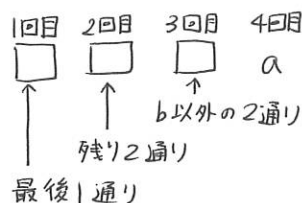
- (1) 方針Aを採用したとき、最後の試行で取った玉に書かれた整数が a である確率を求めよ。
- (2) 方針Bを採用したとき、最後の試行で取った玉に書かれた整数が a である確率を求めよ。
- (3) 方針Cを採用したとき、最後の試行で取った玉に書かれた整数が a である確率を求めよ。

(3) 3回で終了するとき、 a 以外の2つの整数の選び方が ${}^3C_2 = 3$ 通りで、

その並べかえが 2通り $3 \times 2 = 6$ 通り

$$\text{確率は } \frac{6}{4 \times 3 \times 2} = \frac{1}{4}$$

4回で終了するとき、



$$2 \times 2 \times 1 = 4 \text{通り}$$

$$\text{確率は } \frac{4}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{1}{6}$$

$$\text{求める確率は } \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$$