



2011年第6問

6  $d$  を正の定数とする. 2点  $A(-d, 0)$ ,  $B(d, 0)$  からの距離の和が  $4d$  である点  $P$  の軌跡として定まる楕円  $E$  を考える. 点  $A$ , 点  $B$ , 原点  $O$  から楕円  $E$  上の点  $P$  までの距離をそれぞれ  $AP$ ,  $BP$ ,  $OP$  と書く. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) 楕円  $E$  の長軸と短軸の長さを求めよ.
- (2)  $AP^2 + BP^2$  および  $AP \cdot BP$  を,  $OP$  と  $d$  を用いて表せ.
- (3) 点  $P$  が楕円  $E$  全体を動くとき,  $AP^3 + BP^3$  の最大値と最小値を  $d$  を用いて表せ.