

2013年 医学部 第2問

2 2次正方行列  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  のうち, 次の3条件 (i), (ii), (iii) を満たすもの全体の集合を  $M$  とする.

- (i)  $a, b, c, d$  はすべて整数
- (ii)  $b + c = 0$
- (iii)  $a - b - d = 0$

また  $E$  を2次単位行列とする. このとき以下の各問いに答えよ.

- (1) 行列  $A, B$  がともに  $M$  の要素であるとき, それらの積  $AB$  も  $M$  の要素であることを示せ.
- (2) 行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  とその逆行列  $A^{-1}$  がともに  $M$  の要素であるとき,  $ad - bc = 1$  が成立することを示せ.
- (3) 行列  $A$  とその逆行列  $A^{-1}$  がともに  $M$  の要素であるような  $A$  をすべて求めよ.
- (4) 自然数  $n$  について,  $M$  の要素であって  $A^n = E$  を満たすような行列  $A$  の全体の集合を  $S_n$  とする.  $S_n$  の要素の個数がちょうど3となる  $n$  をすべて求めよ.