

2015年理系第2問

## 2 関数

$$f(x) = \sqrt{2}\sin x - \sqrt{2}\cos x - \sin 2x$$

に対して、以下の問いに答えなさい。

- (1)  $t = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  とおくと、 $f(x)$  を  $t$  の式で表しなさい。  
 (2)  $f(x)$  の最大値と最小値を求めなさい。  
 (3) 方程式  $f(x) = a$  が  $0 \leq x < 2\pi$  の範囲で相異なる 2 つの解をもつための実数  $a$  の条件を求めなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad t &= \cos x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \sin x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos x - \sin x) \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$\therefore t^2 = \frac{1}{2} (1 - \sin 2x)$$

$$\therefore \sin 2x = 1 - 2t^2 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より } f(x) = -2t - (1 - 2t^2)$$

$$\therefore \underline{f(x) = 2t^2 - 2t - 1} //$$

$$(2) \quad t = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \text{ より } -1 \leq t \leq 1$$

$$(1) \text{ より } f(x) = 2\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{2}$$

$$t = -1 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}\pi + 2n\pi$$

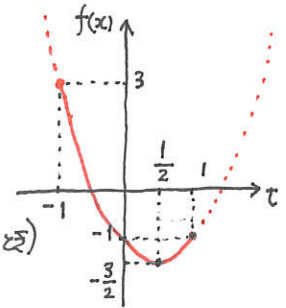
$$t = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{12}\pi + 2n\pi,$$

$$\frac{17}{12}\pi + 2n\pi$$

$$\therefore \left. \begin{array}{l} \text{最大値は } 3 \text{ (} x = \frac{3}{4}\pi + 2n\pi \text{ のとき)} \\ \text{最小値は } -\frac{3}{2} \end{array} \right\}$$

$$\underline{\underline{\text{最小値は } -\frac{3}{2}}}$$

$$\text{(} x = \frac{\pi}{12} + 2n\pi, \frac{17}{12}\pi + 2n\pi \text{ のとき) (} n \text{ は整数) //$$



- (3)  $t = \pm 1$  のとき、(右図の赤点) は交点が 1 つの解に対応し、

その他の交点は 2 つの解に対応するので、

$$\underline{\underline{a = -\frac{3}{2}, -1 < a < 3}} //$$

