

2012年 理工学部 第5問

5 $a > 0$ とし、 x の3次関数 $f(x)$ を

$$f(x) = x^3 - 5ax^2 + 7a^2x$$

と定める。また、 $t \geq 0$ に対し、曲線 $y = f(x)$ と x 軸および2直線 $x = t$, $x = t + 1$ で囲まれた部分の面積を $S(t)$ で表す。

- (1) $S(0) =$ である。
- (2) $f(x)$ は $x =$ で極小値をとる。曲線 $y = f(x)$ 上にあり、 x の値 に対応する点を P とする。 a の値が変化するとき、点 P の軌跡は曲線 $y =$ ($x > 0$)である。
- (3) $S(t) = S(0)$ を満たす正の実数 t が存在するような a の値の範囲を不等式で表すと となる。以下、 a の値はこの範囲にあるとする。 c を $S(c) = S(0)$ を満たす最大の正の実数とする。区間 $0 \leq t \leq c$ における $S(t)$ の最大値、最小値をそれぞれ $M(a)$, $m(a)$ とすると、 $M(a) + m(a) =$ となる。