

2013年 経済・地域政策 第2問

 数理
石井K

2 $0^\circ < \theta < 180^\circ$ で、 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ であるとき、以下の各問いに答えよ。

- (1) $\sin \theta - \cos \theta$ の値を求めよ。
 (2) $\tan \theta$ の値を求めよ。

(1) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ の両辺を2乗して

$$1 + 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2} \quad \therefore \sin \theta \cos \theta = -\frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} (\sin \theta - \cos \theta)^2 &= 1 - 2 \sin \theta \cos \theta \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

ここで、 $\sin \theta \cos \theta < 0$ 、 $0^\circ < \theta < 180^\circ$ より、 $90^\circ < \theta < 180^\circ$

$$\therefore \sin \theta > 0, \cos \theta < 0 \quad \text{より} \quad \sin \theta - \cos \theta > 0$$

$$\therefore \sin \theta - \cos \theta = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

(2) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 、 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{\sqrt{6}}{2}$ より

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}, \quad \cos \theta = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$$

$$\begin{aligned} \therefore \tan \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\ &= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{\sqrt{2} - \sqrt{6}} \\ &= \underline{\underline{-2 - \sqrt{3}}} \end{aligned}$$