

2013年 第3問


 数理
石井K

3 2つの円

$$\begin{cases} C_1: x^2 + y^2 = 5, \\ C_2: x^2 + y^2 - 8x + 6y = 0 \end{cases}$$

について、次の設問に答えよ。

- (1) 2つの円 C_1 , C_2 の共有点を通る直線の y 切片を求めよ。
 (2) 2つの円 C_1 , C_2 の共有点と C_2 の中心 O_2 を通る円 C_3 の方程式を求めよ。

(1) C_1 , C_2 の共有点を通る円, 直線は。

$$x^2 + y^2 - 5 + k(x^2 + y^2 - 8x + 6y) = 0 \quad \dots (*) \text{ と表される.}$$

これが直線になるとき, $k = -1$

$$\therefore 8x - 6y - 5 = 0 \quad \therefore \underline{\underline{y \text{ 切片は } -\frac{5}{6}}}$$

(2) C_2 の中心は, $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 25 \quad \therefore O_2(4, -3)$

(*) が $(4, -3)$ を通るので,

$$16 + 9 - 5 + k(16 + 9 - 32 - 18) = 0 \quad \therefore k = \frac{4}{5}$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 5 + \frac{4}{5}(x^2 + y^2 - 8x + 6y) = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 + 5y^2 - 25 + 4x^2 + 4y^2 - 32x + 24y = 0$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{\left(x - \frac{16}{9}\right)^2 + \left(y + \frac{4}{3}\right)^2 = \left(\frac{25}{9}\right)^2}}$$

$$9x^2 + 9y^2 - 32x + 24y - 25 = 0 \text{ でも正角解.}$$