



2013 年 理系 第 5 問

5 次の問いに答えよ。ただし、 e は自然対数の底である。

(1) $x \geq 2$ のとき、 $x^4 e^{-3x} \leq 16e^{-6}$ を示せ。また、これを用いて $\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 e^{-3x}$ を求めよ。

(2) k を定数とする。 $x > 0$ の範囲で方程式

$$x e^{-3x} = \frac{k}{x^2}$$

がちょうど 2 つの解 α, β ($\alpha < \beta$) をもつような k の値の範囲を求めよ。

(3) (2) の α, β が $\beta = 2\alpha$ を満たすとき、曲線 $y = x e^{-3x}$ ($x > 0$) と曲線 $y = \frac{k}{x^2}$ ($x > 0$) で囲まれた部分の面積を求めよ。