2011 年 工学部 第 3 問

数理 石井K

$\boxed{3}$ 曲線 $C: y=e^{2x}$ 上の点 $\mathrm{P}(t,\ e^{2t})$ における接線 ℓ と x 軸との交点を Q とする．以下の問いに答えなさい．

(1) Q が x 軸の正の部分にあるような t の範囲を求めなさい．

(2) t が前問の範囲にあるとき，C および 3 直線 $\ell,\ y=0,\ x=0$ で囲まれる部分の面積 $S(t)$ を求めなさい．

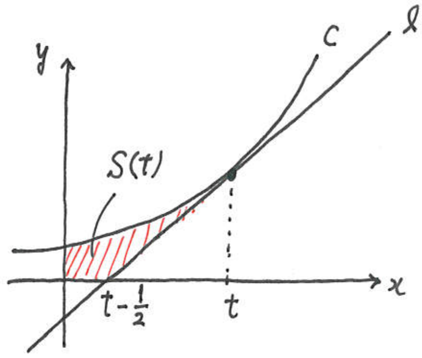
(1) $y'=2e^{2x}$ より $\ell: y=2e^{2t}(x-t)+e^{2t}$ $\therefore \ell: y=2e^{2t}x-2te^{2t}+e^{2t}$

$\therefore$ x 軸との交点を求めると．$e^{2t}>0$ より．$x=t-\frac{1}{2}$ $\therefore \mathrm{Q}(t-\frac{1}{2},0)$

$\therefore t-\frac{1}{2}>0$ より $\underline{t>\frac{1}{2}}$ //

(2)

$$S(t)=\int_0^t e^{2x}dx-\underbrace{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot e^{2t}}_{\text{直角三角形}}$$



$$=\left[\frac{1}{2}e^{2x}\right]_0^t-\frac{1}{4}e^{2t}$$

$$=\frac{1}{2}e^{2t}-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}e^{2t}$$

$$=\underline{\frac{1}{4}e^{2t}-\frac{1}{2}}\ //$$