

2011年医学部第1問

1 2次曲線  $C$  が媒介変数  $\theta$  を用いて,

$$x = 3 + 5 \cos \theta, \quad y = 2 + 3 \sin \theta \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

と表されている。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 曲線  $C$  の方程式を  $x, y$  を用いて表せ。また、 $C$  を座標平面上に図示せよ。
- (2) 曲線  $C$  上の点  $P(3 + 5 \cos \theta, 2 + 3 \sin \theta)$  における  $C$  の接線  $\ell$  の方程式は,

$$\frac{\cos \theta}{5}(x - 3) + \frac{\sin \theta}{3}(y - 2) = 1$$

となることを示せ。

- (3) 曲線  $C$  の焦点を  $F_1, F_2$  とする。  $i = 1, 2$  に対し、  $F_i$  を通り、接線  $\ell$  に垂直な直線  $m_i$  の方程式を求めよ。
- (4)  $i = 1, 2$  に対し、直線  $m_i$  と  $\ell$  との交点を  $Q_i$  とする。点  $O'(3, 2)$  とするとき、線分  $O'Q_i$  の長さを求めよ。
- (5)  $P$  が曲線  $C$  を一周するとき、線分  $Q_1Q_2$  の長さの最大値、最小値、およびそのときの点  $P$  をそれぞれ求めよ。