

2014年 理工学部 第1問

1 次の問いに答えよ.

(1) 3次方程式  $x^3 + 1 = 0$  の  $-1$  でない解の1つを  $\alpha$  とするとき,

$$(3 + 7\alpha)(7 + 3\alpha) - 4(1 + \alpha^2) = \boxed{\text{ア}} \alpha$$

となる.

(2) 三角形 ABC において,

$$AB = 2, \quad \angle ACB = \frac{\pi}{4}, \quad \angle BAC = \frac{\pi}{3}$$

であるとき,  $AC = \boxed{\text{イ}}$  である.(3)  $X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $Y = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$  および自然数  $n$  に対し,

$$3X^n - 5X^3Y + X^2Y^2 + XY^3 + Y^n = \begin{pmatrix} \boxed{\text{ウ}} & \boxed{\text{エ}} \\ \boxed{\text{オ}} & \boxed{\text{カ}} \end{pmatrix}$$

となる.

(4)  $a, b$  を  $a > 0, b > 1$  となる実数とする. 放物線  $y = -ax^2 + b$  と円  $x^2 + y^2 = 1$  の共有点が2個であるための必要十分条件は,  $b = \boxed{\text{キ}}$  かつ  $a > \boxed{\text{ク}}$  が成り立つことである. ただし,  $\boxed{\text{キ}}$  には  $a$  の式,  $\boxed{\text{ク}}$  には数を記入すること.