

2017年工・情報科学・社シス科学第4問

4 xy 平面において、放物線 $C: y = \frac{5}{24}x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ 上の点 $A\left(4, \frac{7}{3}\right)$ における C の接線を l とする。
 C 上の点 $P\left(p, \frac{5}{24}p^2 - \frac{1}{3}p + \frac{1}{3}\right)$ (ただし、 $0 \leq p \leq 4$) から、 x 軸と l のうち距離が近い方に下ろした垂線を m とする。ただし、 x 軸と l が P から同じ距離にあるときは、両方に垂線を下ろしてできる折れ線を m で表し、 $p = 4$ のときは、1 点 A を m で表す。このとき、次の問いに答えよ。

(1) C の頂点の x 座標は $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ である。

(2) l の方程式は $y = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}x - \text{オ}$ であり、 l と x 軸の交点の x 座標は $\frac{\text{カ}}{\text{キ}}$ である。

(3) P と l との距離は $\frac{\text{ク}}{\text{ケ}}(p^2 - \text{コ}p + \text{サシ})$ である。

m が折れ線となるような p の値は ス である。

(4) $p = \text{ス}$ のとき、 x 軸、 l および m で囲まれた部分の面積は $\frac{\text{セ}}{\text{ソ}}$ であり、 p が $0 \leq p \leq 4$ の範囲

を動くとき、 m が通過する部分の面積は $\frac{\text{タチ}}{\text{ツテ}}$ である。