

2018年工・情報科学・社シス科学第4問

4 xy 平面上に放物線 $C: y = x^2 - 4x + 4$ がある. p を定数 (ただし, $p > 1$) とし, x 座標が p である C 上の点を P , x 座標が $3p - 2$ である C 上の点を Q とする. P における C の接線を l とし, Q における C の接線を m とするとき, 次の問いに答えよ.

(1) C の頂点の x 座標は である.

(2) l の方程式は $y = (\text{イ} p - \text{ウ})x - p^2 + \text{エ}$ であり, l と m が垂直になるのは,

$$p = \frac{\text{オ}}{\text{カ}} \quad \text{または} \quad \frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$$

のときである.

(3) l と m の交点を $R(X, Y)$ とおくと,

$$X = \text{コ} p - \text{サ}, \quad Y = \text{シ} p^2 - \text{スセ} p + \text{ソ}$$

である. R は p の値によらず, 放物線

$$y = \frac{\text{タ}}{\text{チ}} x^2 - \frac{\text{ツ}}{\text{テ}} x + \frac{\text{トナ}}{\text{ニ}}$$

上にある.

(4) p が $\frac{\text{オ}}{\text{カ}}$ から まで変化するとき, 線分 PR が通過する部分の面積は $\frac{\text{ヌ}}{\text{ネノ}}$ である.